

## TELAAH KUANTUM PERANAN POTENSIAL ELEKTROMAGNETIKA DALAM DINAMIKA PARTIKEL BERMUATAN

Juliasih Partini  
Jurusan Fisika FMIPA UGM

### Intisari

Dalam telaah mekanika kuantum, interaksi partikel bermuatan dengan medan elektromagnetik memunculkan peranan yang menarik dari potensial elektromagnetiknya. Suatu solenoid panjang apabila ditempatkan di antara dua berkas elektron yang berasal dari satu sumber menimbulkan pergeseran bentuk pola interferensi, meskipun medan magnet di luar solenoid dapat diabaikan besarnya. Mekanika kuantum berbeda dengan mekanika klasik dalam hal bahwa persamaan Dirac bagi sistem mikroskopik untuk gerak partikel diberikan oleh persamaan Hamiltonian yang juga memuat potensial vektor dengan demikian, potensial vektor menjadi besaran fisis yang berperan dalam interaksi tersebut. Sedangkan medan imbas magnet diperoleh dari potensial vektor melalui bentuk rotasinya. Hasil penelitian yang merupakan pergeseran pola interferensi akibat adanya potensial vektor tersebut diperoleh dalam bentuk persamaan pergeseran fase  $\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{x} = \Phi_s$ .

Kata kunci : Potensial vektor elektromagnetik, Pergeseran fase.

## QUANTUM ANALYSIS OF ELECTROMAGNETIC POTENTIALS OF DYNAMIC CHARGED PARTICLES

### Abstract

The interaction of charged particles and electromagnetic field brings out some interesting properties of the electromagnetic potentials in the quantum region. When a long solenoid is placed between the slits of a double slit electron interference arrangement, the interference pattern obtained is shifted even though the external magnetic induction field of the solenoid is arbitrarily small. In quantum mechanics, dealing with microscopic systems, the Dirac equation of motion of particle is replaced by the Hamiltonian equation for the wave function describing the motion of the particle. This Hamiltonian equation is obtained from a canonical formalism, which cannot be expressed in terms of field observable alone, but which also requires the field potentials. The fundamental physical entities are therefore the potentials; while the fields are derived from them by differentiation the result of this research is a shift in the interference pattern  $\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{x} = \Phi_s$ .

Keywords: Electromagnetic vector potential, Phase displacement.

## I. Pendahuluan

Aharonov dan Bohm (1959) dalam papernya mengemukakan suatu gejala menarik mengenai efek kehadiran potensial elektromagnetik. Telaah kuantum potensial elektromagnetik terhadap dinamika partikel sepanjang lintasannya akan memberikan suatu perubahan fase fungsi gelombang, suatu hal yang ternyata tidak dimiliki oleh medan elektromagnetiknya. Kajian dalam paper tersebut dicoba dijabarkan dalam makalah ini melalui bentuk persamaan yang lebih umum, yakni melalui persamaan Dirac (Juliasih Partini, 2001).

## II. Penjabaran Efek Aharonov-Bohm Melalui Persamaan Dirac

Dalam teori relativitas khusus tensor metrik simetri yang muncul dalam invarian kuadrat elemen garis  $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \{x^0 = ct, (x^{1,2,3}) \rightarrow \vec{r}\}$  dipilih yang memiliki *trace* - 2 berbentuk

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\mu, \nu = 0 \rightarrow 3) \quad (1)$$

atau  $g_{00}=1$ ,  $g_{mn} = -\delta_{mn}$  ( $m,n=1,2,3$ ),  $g_{\mu 0} = g_{0\nu} = 0$ . Tensor matrik tersebut digunakan pula untuk menyatakan keterkaitan antara komponen kovarian dan kontravarian suatu tensor. Sebagai definisi tensor antisimetri kuat medan kontravarian (dalam sistem satuan umum) diintroduksi berbentuk

$$F_{\mu\nu} = g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} F^{\alpha\beta} = -F_{\nu\mu} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{E^1}{\alpha} & -\frac{E^2}{\alpha} & -\frac{E^3}{\alpha} \\ \frac{E^1}{\alpha} & 0 & -B^3 & B^2 \\ \frac{E^2}{\alpha} & B^3 & 0 & -B^1 \\ \frac{E^3}{\alpha} & -B^2 & B^1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2a)$$

$$F_{a0} = -F_{0a} = g_{aa} g_{00} F^{a0} = -F^{a0}; \quad (2b)$$

$$F_{ab} = -F_{ba} = g_{aa}g_{bb}F^{ab} = F^{ab}; \quad (2c)$$

$$\text{dengan } F^{mn} = \epsilon^{mnk} B_k = -\epsilon^{mnk} B^k = F_{mn}; \quad \epsilon^{mnk} F_{mn} = -2B^k = -2B_k; \quad (2d)$$

$$F^{m0} = \frac{E^m}{\alpha} = -F^{0m} = F_{0m} = -F_{m0}. \quad (2e)$$

Persamaan Dirac dalam sistem satuan umum untuk suatu partikel dengan massa  $m$ , bermuatan  $Q_i$ , serta mempunyai momen magnet anomal  $\kappa_i$  (Holstein, 1991),

$$\left[ \hat{p} - \frac{\alpha}{c} Q_i \vec{A} - \frac{\alpha \hbar q \kappa_i}{4mc^2} F^{\mu\nu} \hat{\sigma}_{\mu\nu} - mc \right] \psi(x) = 0 \quad ; \quad x = \{x^\mu\} \quad (3)$$

$$\text{dengan} \quad \hat{p} = i\hbar \gamma^\mu \partial_\mu = \frac{i\hbar}{c} \gamma^0 \partial_0 - i\hbar \gamma^k \partial_k \quad ; \quad \hat{p}_\mu = (i\hbar \partial_0, -i\hbar \partial_k) \quad ; \quad p^\mu = i\hbar \partial_\mu \quad ;$$

$$\vec{A} = \gamma^\mu A_\mu = \gamma^0 A_0 + \gamma^k A_k = \gamma^0 A^k - \gamma^k A^k$$

$$\hat{\sigma}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \hat{\sigma}^2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}; \quad \hat{\sigma}^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix};$$

$$\text{dan} \quad \gamma^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \quad \gamma^k = -\gamma_k = \begin{bmatrix} 0 & \hat{\sigma}^k \\ -\hat{\sigma}^k & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{\sigma}_{\mu\nu} = -\hat{\sigma}_{\nu\mu} \text{ adalah operator spin dengan } \hat{\sigma}^m \hat{\sigma}^n = \delta^{mn} + i \epsilon^{mnk} \hat{\sigma}^k$$

$$\text{dan} \quad \hat{\sigma}_{mn} = \frac{1}{2i} (\gamma_m \gamma_n - \gamma_n \gamma_m) = \frac{1}{2i} (\gamma^m \gamma^n - \gamma^n \gamma^m) \text{ serta}$$

$$\sigma_{0k} = \frac{1}{2i} (\gamma^0 \gamma^k - \gamma^k \gamma^0) = \frac{-1}{i} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \hat{\sigma}^k \\ -\hat{\sigma}^k & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -i\sigma_k \\ -i\sigma_k & 0 \end{bmatrix};$$

$$\gamma_\mu = g_{\mu\nu} \gamma^\nu; \quad \gamma_0 = \gamma^0; \quad \gamma_m = -\gamma^m;$$

Jika berlaku identitas;  $\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}$ , maka bentuk pers. (3) dapat ditulis menjadi

$$\left( i\hbar \gamma^0 \frac{\partial}{\partial_t} - i\vec{\gamma} \cdot \vec{p} - \frac{\alpha}{c} Q_i \gamma^0 A^0 + \frac{\alpha}{c} Q_i \vec{\gamma} \cdot \vec{A} - \frac{\alpha \hbar q \kappa_i}{4mc^2} F^{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu} - mc \right) \Psi(x) = 0; \quad (4)$$

$$\text{berdasarkan kaitan yang setara dengan definisi } F^{mn} = -\epsilon^{mnk} B^k; \quad F^{0k} = \frac{E^k}{\alpha}.$$

Bentuk  $F^{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu}$  dapat dituliskan sebagai

$$F^{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu} = 2 \begin{bmatrix} \vec{\sigma} \cdot \vec{B} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \cdot \vec{B} \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 0 & -i\vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{E}}{\alpha} \\ -i\vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{E}}{\alpha} & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Substitusi pers.(5) ke pers.(4) dengan menggunakan wakilan  $\gamma^0$  dan  $\gamma^k$  akan menghasilkan bentuk persamaan

$$\left\{ \begin{bmatrix} i\frac{\hbar}{c} \frac{\partial}{\partial t} & 0 \\ 0 & -i\frac{\hbar}{c} \frac{\partial}{\partial t} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \\ -\vec{\sigma} \cdot \vec{p} & 0 \end{bmatrix} - \frac{\alpha}{c} Q_i A_0 \gamma^0 + \frac{\alpha}{c} \begin{bmatrix} 0 & \vec{\sigma} \cdot Q_i \vec{A} \\ -\vec{\sigma} \cdot Q_i \vec{A} & 0 \end{bmatrix} \right. \\ \left. - \frac{\alpha \hbar q \kappa_i}{2mc^2} \begin{bmatrix} \vec{\sigma} \cdot \vec{B} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \cdot \vec{B} \end{bmatrix} + \frac{\alpha \hbar q \kappa_i}{2mc^2} \begin{bmatrix} 0 & i\vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{E}}{\alpha} \\ i\vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{E}}{\alpha} & 0 \end{bmatrix} - mc \right\} \Psi(x) = 0. \quad (6)$$

Jika  $\Psi(x)$  merupakan spinor Dirac berkomponen empat (bispinor) yang terdiri dari dua komponen spinor yang masing-masing mewakili spinor fungsi gelombang Schrödinger efektif  $\psi_u$  dan  $\psi_l$ , maka dapat dituliskan untuk keadaan stasioner dengan tenaga total  $E = mc^2 + W$ ,

$$\Psi(\vec{x}, t) = \begin{pmatrix} \psi_u(\vec{x}) \\ \psi_l(\vec{x}) \end{pmatrix} e^{-\frac{i}{\hbar}(mc^2 + W)t} \quad \text{dengan } W = E - mc^2 \ll mc^2 \quad (7)$$

Substitusi pers.(7) ke dalam pers.(6) dalam bentuk matriks dituliskan sebagai

$$\left\{ \begin{bmatrix} i\frac{\hbar}{c} \frac{\partial}{\partial t} & 0 \\ 0 & -i\frac{\hbar}{c} \frac{\partial}{\partial t} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \\ -\vec{\sigma} \cdot \vec{p} & 0 \end{bmatrix} - \frac{\alpha}{c} Q_i A_0 \gamma^0 + \frac{\alpha}{c} \begin{bmatrix} 0 & \vec{\sigma} \cdot Q_i \vec{A} \\ -\vec{\sigma} \cdot Q_i \vec{A} & 0 \end{bmatrix} \right. \\ \left. - \frac{\alpha \hbar q \kappa_i}{2mc^2} \begin{bmatrix} \vec{\sigma} \cdot \vec{B} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \cdot \vec{B} \end{bmatrix} + \frac{\alpha \hbar q \kappa_i}{2mc^2} \begin{bmatrix} 0 & i\vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{E}}{\alpha} \\ i\vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{E}}{\alpha} & 0 \end{bmatrix} - mc \right\} \times \\ \begin{bmatrix} \psi_u(\vec{x}) \\ \psi_l(\vec{x}) \end{bmatrix} \exp\left(-\frac{i}{\hbar}(mc^2 + W)t\right) = 0. \quad (8)$$

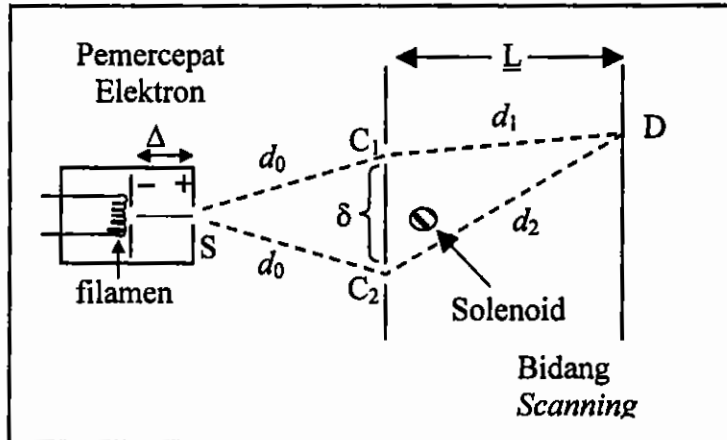
Dari pers. (8) tersebut dapat diturunkan sepasang persamaan terdang dalam  $\psi_u$  dan  $\psi_l$ , yaitu persamaan terdang pertama

$$\left( mc + \frac{W}{c} - \frac{\alpha}{c} Q_i A_0 - \frac{\alpha \hbar q \kappa_i}{2mc^2} \hat{\sigma} \cdot \vec{B} \right) \psi_u - \hat{\sigma} \cdot \left( \vec{p} - \frac{\alpha}{c} Q_i \vec{A} + i \frac{\alpha \hbar q \kappa_i}{2mc^2} \frac{\vec{E}}{\alpha} \right) \psi_l = mc \psi_u \quad (9a)$$

dan persamaan terdang kedua adalah

$$\hat{\sigma} \cdot \left( \vec{p} - \frac{\alpha}{c} Q_i \vec{A} - i \frac{\alpha \hbar q \kappa_i}{2mc^2} \frac{\vec{E}}{\alpha} \right) \psi_u - \left( mc + \frac{W}{c} - \frac{\alpha}{c} Q_i A_0 + \frac{\alpha \hbar q \kappa_i}{2mc^2} \hat{\sigma} \cdot \vec{B} \right) \psi_l = mc \psi_l \quad (9b)$$

Pada dasarnya, efek yang diramalkan oleh Aharonov dan Bohm merupakan eksperimen difraksi dua berkas elektron monoenergetik yang koheren dengan menyisipkan suatu solenoid di daerah di sebelah dalam  $\Delta C_1 C_2 D$  (Aharonov dan Bohm, 1959). Dengan demikian, konfigurasi eksperimen difraksi berkas elektron tersebut diubah dengan menyisipkan suatu solenoid berarus yang sangat panjang, seperti yang ditampilkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Skema eksperimen Aharonov-Bohm yang menunjukkan interferensi dengan potensial vektor yang dibangkitkan Solenoid  $S$ , sebagai fungsi waktu.

Analisis efek Aharonov-Bohm diawali dengan menuliskan kembali pers. (9b), tetapi dengan mengisikan beberapa kondisi :  $\vec{E} = \vec{0}$  ;  $a_0 = \varphi = 0$  ; dan  $\vec{B} = \vec{0}$

(kecuali untuk daerah di dalam solenoid) sehingga untuk daerah di luar solenoid diperoleh suatu bentuk persamaan

$$\hat{\sigma} \cdot \left( \hat{p} - \frac{\alpha}{c} Q_i \vec{A} \right) \psi_u - mc \psi_l = mc \psi_l ; \psi_l = \left( \frac{1}{2mc} \right) \hat{\sigma} \cdot \left( \hat{p} - \frac{\alpha}{c} Q_i \vec{A} \right) \psi_u . \quad (10)$$

Jika hasil pers.(10) ini disubstitusikan kembali ke pers. terdang pertama (9a), maka akan diperoleh persamaan tak terdang dalam  $\psi_u$  , yaitu

$$\left( \frac{1}{2m} \right) \left( \hat{\sigma} \cdot \left( \hat{p} - \frac{\alpha}{c} Q_i \vec{A} \right) \hat{\sigma} \cdot \left( \hat{p} - \frac{\alpha}{c} Q_i \vec{A} \right) \right) \psi_u = W \psi_u . \quad (11)$$

Dari pers.(11) tersebut dapat dituliskan fungsi Hamiltonian suatu partikel bermuatan dan bermomen magnet dalam interaksinya dengan medan elektromagnetik luar dalam bentuk

$$\hat{H} = \left( \frac{1}{2m} \right) \left( \hat{\sigma} \cdot \left( \hat{p} - \frac{\alpha}{c} Q_i \vec{A} \right) \right)^2 . \quad (12a)$$

Dengan menggunakan identitas Pauli

$$\hat{\sigma}_i \hat{\sigma}_j = \delta_{ij} + i \epsilon^{ijk} \hat{\sigma}_k ; \quad (12b)$$

Maka pers. (11) dapat ditulis menjadi:

$$\left( \left( \frac{1}{2m} \right) \left( \hat{p} - \frac{\alpha}{c} Q_i \vec{A} \right)^2 - \frac{\alpha \hbar Q_i}{2mc} \hat{\sigma} \cdot \vec{B} \right) \psi_u \equiv W \psi_u . \quad (13)$$

Pers. (13) merupakan persamaan Schrödinger tak gayut waktu partikel berspin

$\frac{1}{2}$  dengan muatan  $Q_i$  dan operator energi momen magnet  $\frac{\alpha Q_i \hbar}{mc} \frac{\hat{\sigma}}{2}$  dalam

medan  $\vec{B}$ . Pada efek Aharonov-Bohm, perlu diingat bahwa  $Q_i = q = -e$  dan  $\hat{\sigma} \cdot \vec{B}$  tak efektif ( $\vec{B} = \vec{0}$  di luar solenoid di daerah mana zarah bergerak).

Dengan demikian akan diperoleh:

$$\hat{H} = \left( \frac{1}{2m} \right) \left( \hat{p} - \frac{\alpha q}{c} \vec{A} \right)^2 , \quad (14)$$

yang merupakan operator Hamiltonian efektif pada efek Aharonov-Bohm.

Sedangkan fungsi Lagrange klasik terkaitnya untuk  $\varphi = 0$  serta integral tindakan terkaitnya  $s$  dapat diperoleh berdasarkan fungsi Hamilton yang dapat diperoleh secara

$$\frac{\partial H}{\partial p} = \dot{x} = \frac{1}{m} \left( \bar{p} - \frac{\alpha q}{c} \bar{A} \right) \text{ atau } \bar{p} = m\dot{x} + \frac{\alpha q}{c} \bar{A}$$

$$L = \bar{p} \cdot \frac{\partial H}{\partial \bar{p}} - H = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{\alpha q}{c} \dot{x} \cdot \bar{A} \quad (15)$$

Berdasarkan rumus integral lintasan dalam mekanika kuantum (Holstein, 1991), maka perubahan fase fungsi gelombang elektron sepanjang lintasan  $L_1$  dapat dituliskan sebagai

$$S_1 = \int_{L_1} dt L \left( \left[ \bar{x}(t), \dot{\bar{x}}(t) \right] \right) \approx \phi_1 + \frac{\alpha q}{c} \int_{L_1} d\bar{x} \cdot \bar{A} \quad (16)$$

Dengan cara yang sama, maka pada lintasan  $L_2$  juga akan didapatkan beda fase sebesar

$$S_2 \approx \phi_2 + \frac{\alpha q}{c} \int_{L_2} d\bar{x} \cdot \bar{A} \quad (17)$$

Dengan berdasarkan analisis seperti halnya pada eksperimen difraksi 2 berkas elektron, maka pola interferensi ditentukan oleh

$$|\psi|^2 \sim 4I_0 \cos^2 \left( \pi \delta \frac{\sin \theta}{\lambda} + \frac{\alpha q}{2c} \left( \int_{L_2} - \int_{L_1} \right) d\bar{x} \cdot \bar{A} \right)$$

$$= 4I_0 \cos^2 \left( \pi \delta \frac{\sin \theta}{\lambda} + \frac{\alpha q}{2c} \oint d\bar{x} \cdot \bar{A} \right) \quad (18)$$

Dari pers. (18) tersebut, secara jelas dapat kita lihat munculnya pergeseran fase pada pola interferensinya yang bergantung pada  $\oint \bar{A} \cdot d\bar{x} = \Phi_s$ .

Selain menggunakan analisis dengan integral lintasan, pergeseran fase fungsi gelombang ini dapat pula diperoleh dari penyelesaian Persamaan Schrödinger. Persamaan Schrödinger bebas waktu dalam wakilan koordinat

ruang untuk fungsi gelombang  $\psi(\vec{r})$  dengan keadaan stasioner berenergi pasti  $E$  yang dimiliki partikel bermuatan  $q$  dalam medan magnet berpotensi vektor  $\vec{A}$  berbentuk

$$\frac{1}{2m} (-i\hbar\nabla - \frac{\alpha q}{c} \vec{A})^2 \psi = E\psi \quad (19)$$

Apabila  $\psi_s$  adalah penyelesaian persamaan schrödinger dalam daerah tanpa medan (sebelum medan dipasang), maka penyelesaian  $\psi(\vec{r})$  dapat dituliskan dalam bentuk (Townsend, 1992)

$$\psi(x) \rightarrow \psi_s(x) \exp \left[ \frac{i\alpha q}{\hbar c} \int \vec{A} \cdot d\vec{r} \right] \quad (20)$$

Menurut pers. (20) ini, maka amplitudo di akhir lintasan termodifikasi menjadi

$$\psi_1(x) \rightarrow \psi_s(x) \exp \left[ \frac{i\alpha q}{\hbar c} \int_{L_1} \vec{A} \cdot d\vec{r} \right] ; \psi_2(x) \rightarrow \psi_s(x) \exp \left[ \frac{i\alpha q}{\hbar c} \int_{L_2} \vec{A} \cdot d\vec{r} \right]$$

Dengan demikian, amplitudo di titik P menjadi

$$\psi_1 + \psi_2 \rightarrow \exp \left[ \frac{i\alpha q}{\hbar c} \int_{L_1} \vec{A} \cdot d\vec{r} \right] \left[ \psi_s \exp \left[ \frac{i\alpha q}{\hbar c} \int \vec{A} \cdot d\vec{r} \right] + \psi_s \right] \quad (21)$$

Dari persamaan terakhir dapat dimengerti bahwa pergeseran fase relatif antara  $\psi_1$  dan  $\psi_2$  akibat dipasangnya medan sebanding lurus dengan integral keliling menyusuri lintasan tertutup untuk potensial vektor yang dilakukan dari sumber S ke titik P melalui lintasan  $L_1$  dan kembali ke S melalui lintasan  $L_2$ . Pers.(21) juga dapat dituliskan dalam bentuk

$$\psi_1 + \psi_2 \rightarrow \exp \left[ \frac{i\alpha q}{\hbar c} \int_{L_1} \vec{A} \cdot d\vec{r} \right] \left\{ \psi_s \exp \left[ \frac{i\alpha q}{\hbar c} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right] + \psi_s \right\} \quad (22)$$

Kehadiran fase relatif menyebabkan perubahan pola interferensi bila medan magnet dalam solenoidnya diubah. Dari fungsi gelombang tersebut, diperoleh pola interferensi yang ditentukan oleh rapat peluang elektron dideteksi muncul di P yaitu



$$|\psi|^2 = 4I_0 \cos^2 \left( \pi \delta \frac{\sin \theta}{\lambda} + \frac{\alpha q}{\hbar c} \oint \vec{d\vec{x}} \cdot \vec{A} \right) \quad (23)$$

Penyelesaian menggunakan analisis integral lintasan pada pers.(23) memberikan nilai yang sama dengan penyelesaian pada pers.(20), yakni munculnya pergeseran fase pola interferensi.

### III. Kesimpulan

Melalui penjabaran persamaan Dirac berhasil ditunjukkan bahwa dalam dinamika partikel bermuatan dapat dipengaruhi oleh potensial vektor elektromagnetik yang dijumpainya, walaupun dalam daerah yang bebas medan magnet. Pergeseran pola interferensi akibat adanya potensial vektor tersebut diperoleh dari telaah analisisnya dalam bentuk persamaan pergeseran fase  $\oint \vec{A} \cdot d\vec{x} = \Phi_s$ .

### Daftar Pustaka

- Aharonov, Y dan Bohm, D., 1959, Significance of Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory, *Phys. Rev.* 115, 485 – 491
- Holstein, B.R., 1991, Variations on the Aharonov Bohm Effect, *Am.J. Phys.* 59 (12).
- Juliasih Partini, 2001, *Telaah Kuantum dan Verifikasi Efek Aharonov-Casher*, Tesis S2, FMIPA UGM, Yogyakarta
- Townsend, J.S., 1992, *A Modern Approach to Quantum Mechanics*, McGraw-Hill Inc., New York.